NOM....................................
Prénom :...................................

Devoir de Mathématiques n° 5
Durée : 2h
Classe: 1ère S1
Date: 26 05 2003

Exercice 1 (5,25 pts)

1) Étudier la monotonie des suites suivantes (en calculant $u_{n+1}-u_n$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$)

a) $u_n = n - n^2 \quad (n \geq 0)$ b) $u_n = \dfrac{2^n}{n} \ (n \geq 2)$

2) Étudier la monotonie des suites géométriques suivantes :

a) $u_n = -4 \times \dfrac{8^{2n}}{2^{5n}}$ b) $u_n = \dfrac{-7\times 3^{2n}}{18^n}$ c) $u_n = 4\times(-3)^n$

Exercice 2 : (2 pts)

Les suites suivantes sont **arithmétiques :**
Calculer la raison et le premier terme u_0, puis calculer u_{30} :
a) $u_5=3$ et $u_{15}=-27$
b) $u_{20}=-52$ et $u_{51}=-145$

Exercice 3 : (3 pts) :

Les suites $(u_n)_{n\in IN}$ suivantes sont **géométriques .**
Calculer la raison et le premier terme de ces suites (il peut y avoir plusieurs réponses possibles pour chacun des a) et b)).Pour chacun de ces cas, calculer u_{30} :
a) $u_3=-48$ et $u_9=-3072$
b) $u_{10}=8$ et $u_7=-1$

Exercice 4: (2 pts)

Calculer les sommes suivantes (à vous de voir s'il s'agit de suites arithmétiques ou géométriques…..)

a) $S_1=18+54+162+\ldots.+39366$

b) $S_2= -5+2+9+\ldots\ldots\ldots+65$

Exercice 5 : Étude de fonction (7,75 pts) :

Soit f la fonction rationnelle définie par : $f(x)=\dfrac{2x^3-3x^2}{x^2-2x-3}$ et C_f sa courbe représentative dans le repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Déterminer son ensemble de définition D_f
2) Montrer qu'il existe quatre réels a, b, c, et d tels que pour tout x appartenant à D_f, on a :
$f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2-2x-3}$.
3) Montrer que C_f admet une asymptote oblique que l'on appellera Δ.Étudier la position relative de Δ et de C_f .

4) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire des asymptotes verticales ou horizontales à la courbe C_f (on pourra utiliser la forme de f(x) donnée dans l'énoncé en factorisant le dénominateur) .

5) Montrer que la dérivée de f admet comme expression : $f'(x) = \dfrac{2x(x-1)(x^2-3x-9)}{(x^2-2x-3)^2}$

6) Étudier le signe de f'(x), puis en déduire le tableau de variations de f .