1ère S 6 – 12/12/2002

Devoir n° 4

Exercice 1 :

Donner la dérivée et le domaine de définition et de dérivabilité de chaque fonction.

$f(x) = \left(2x + \frac{1}{x} \right) (3x + 1)$

$g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x^2 + 5}}$

$h(x) = (2 x^2 - 3 x + 1)^5 (4 x - 3)^7$ (mettre le résultat sur forme de produit).

Exercice 2 :

Soit $f : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$ et a un réel non nul.

Calculer le taux d'accroissement de f en a .

Quel est le nombre dérivée de f en a ?

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x}$

1°) Déterminer $f'(x)$ et en déduire $f'(4)$.

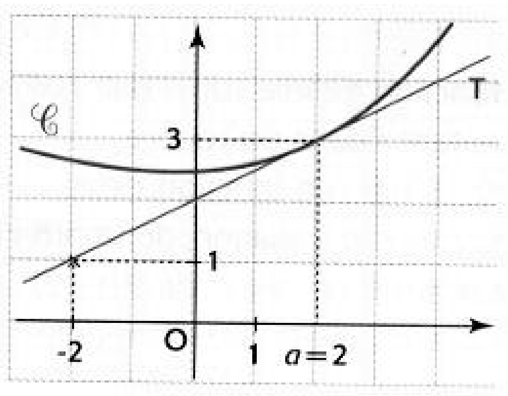
2°) Ecrire la meilleur approximation affine de $\sqrt{4 + h}$ quand h est proche de 0.

3°) En déduire une valeur approchée de $\sqrt{4{,}02}$ et de $\sqrt{3{,}996}$ (résultat sous forme décimale).

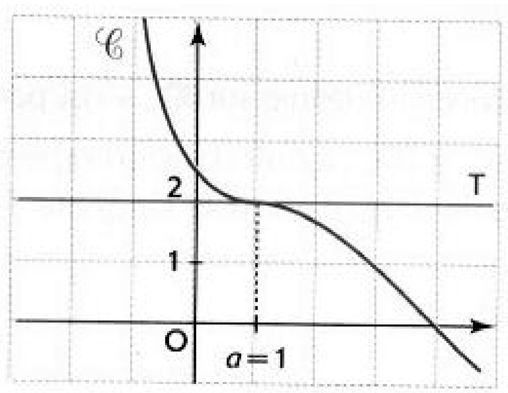
Exercice 4 :

(C) représente une fonction dérivable sur   et la droite T est tangente à (C) au point d'abscisse a.

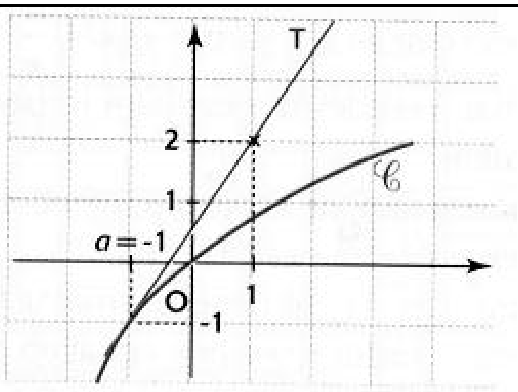
Dans chaque cas détermine f'(a) et donne une équation de la tangente T.



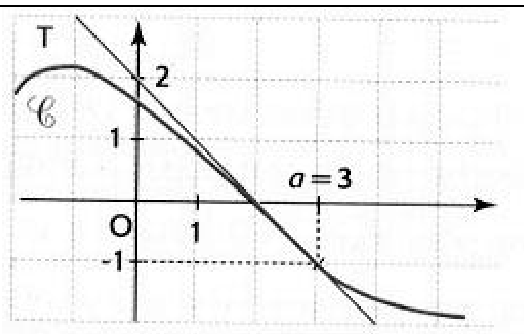
①



②



③



④

Exercice 5 :

Soit la fonction f : $x \mapsto \dfrac{-x^2 + 2x - 1}{x}$ définie sur * et soit (C) sa courbe représentative.

Déterminer les abscisses des points de (C) où la tangente :

1) est horizontale
2) est parallèle à la droite d'équation $y = -\dfrac{2}{3}x - 5$

Exercice 6 :

Déterminer le réel m pour que la courbe d'équation $y = (m - 1)x^2 + (3m + 2)x + 4$ admette au point d'abscisse –1 une tangente de coefficient directeur 6.

Exercice 7 :

Soit (P) la parabole d'équation $y = x^2 - 3x + \dfrac{5}{4}$ et (H) l'hyperbole d'équation $y = \dfrac{3(3x + 5)}{4(x + 3)}$.

1) Montrer que (P) et (H) rencontrent l'axe (Oy) en un même point A.
2) Montrer que les tangentes en A aux courbes (P) et (H) sont perpendiculaires.
(deux droites sont perpendiculaires si et seulement si le produit de leur coefficient directeur est égal à –1).

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie sur [–3 ;3] par $f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$

On appelle C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormal.

1) **a)** Etudier la parité de f. Que peut-on en déduire pour C_f ?

b) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f.

2) **a)** Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

b) Cette tangente recoupe C_f en deux autres points.

b.1) Montrez que les abscisses de ces points sont les solutions de l'équation : $x^4 - 8x^2 + 12x - 5 = 0$

b.2) Vérifiez que l'on a : $x^4 - 8x^2 + 12x - 5 = (x - 1)^2(x^2 + 2x - 5)$

b.3) En déduire les abscisses de ces points.