1 ère S 7 **Devoir Surveillé n ° 2**

- Durée 2 h
- Calculatrices autorisées

Barème : 1) *4 pts* 2) *5 pts* 3) *5 pts* 4) *6 pts*	**nom :**	**voisin :**
	voisin :	**voisin :**

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante.*
Soyez propre et clair . Bonne chance …

BARYCENTRES

Ex1 :

Soit ABC un triangle équilatéral .
Soit Γ l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\left\| \overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 4\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right\|$$

Déterminer la nature de l'ensemble Γ .

Soit G le barycentre de (A , 1) , (B , 2) , (C , 1) et H le barycentre de (A , 4) , (B , 1) , (C , – 1)
Ainsi, pour tout point M du plan, on a :
$\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 4\,\overrightarrow{MG}$ et $4\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 4\,\overrightarrow{MH}$
On en déduit que, pour tout point M du plan,

$M \in \Gamma$
$\Leftrightarrow \quad \left\| \overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 4\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right\|$
$\Leftrightarrow \quad \left\| 4\,\overrightarrow{MG} \right\| = \left\| 4\,\overrightarrow{MH} \right\|$
$\Leftrightarrow \quad MG = MH$

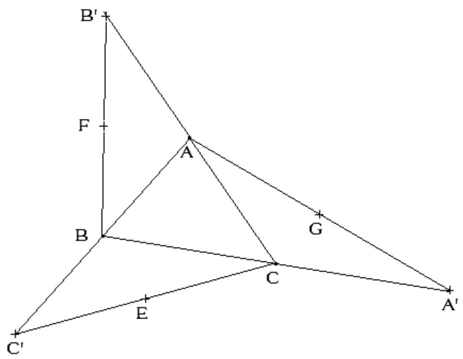
Ainsi Γ est la médiatrice du segment [GH]

Ex 2 :

Soit ABC un triangle. (AB = 6 cm, AC = 7 cm et BC = 8 cm)
E est le barycentre de (A , 1) , (B , – 2) , (C , – 1)
F est le barycentre de (A , – 2) , (B , – 1) , (C , 1)
G est le barycentre de (A , – 1) , (B , 1) , (C , – 2)
a) Construire les points E, F et G.

Construction de E :
1 - 2 $\neq$ 0 , on peut donc considérer C' le barycentre de (A , 1) , (B , – 2).
$\overrightarrow{AC'} = 2\,\overrightarrow{AB}$
D'après la règle du barycentre partiel , E est le barycentre de (C' , – 1) , (C , – 1) , E est donc le milieu de [C' C]

…

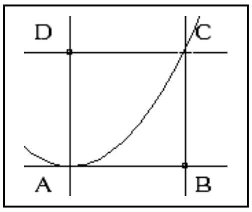


b) Démontrer que le centre de gravité H du triangle EFG est aussi le centre de gravité du triangle ABC.

H est le centre de gravité du triangle EFG , H est donc le barycentre de (E , 1) , (F , 1) , (G , 1) , cad de (E , – 2) , (F , – 2) , (G , – 2)
On sait que :
E est le barycentre de (A , 1) , (B , – 2) , (C , – 1)
F est le barycentre de (A , – 2) , (B , – 1) , (C , 1)
G est le barycentre de (A , – 1) , (B , 1) , (C , – 2)
Ainsi, d'après la règle du barycentre partiel,
H est aussi le barycentre de (A , 1) , (B , – 2) , (C , – 1) , (A , – 2) , (B , – 1) , (C , 1) , (A , – 1) , (B , 1) , (C , – 2)
En regroupant, on en déduit que H est le barycentre de (A , – 2) , (B , – 2) , (C , – 2) … et donc que H est le centre de gravité du trangle ABC.

Ex 3 :

Soit ABCD un carré.
On munit le plan du repère (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$)
Soit P la représentation graphique dans ce repère de la fonction f définie sur [0 ; 1] par $f(x) = x^2$.



1) Pour quelles valeurs du réel m, peut-on définir le point Gm barycentre de (A , 7) , (B , 8) , (C , 2) , (D , m) ?

$7 + 8 + 2 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -17$

2) Calculer les coordonnées (x_{Gm} ; y_{Gm}) de Gm en fonction de m.
Pour $m \neq -17$, on a :

$$x_{Gm} = \frac{1}{17+m}(7 \times 0 + 8 \times 1 + 2 \times 1 + m \times 0) = \frac{10}{17+m}$$

$$y_{Gm} = \frac{1}{17+m}(7 \times 0 + 8 \times 0 + 2 \times 1 + m \times 1) = \frac{2+m}{17+m}$$

3) Déterminer pour quelles valeurs de m, le point Gm est sur P.
Pour $m \neq -17$, on a :
$Gm \in P \Leftrightarrow f(x_{Gm}) = y_{Gm}$ et $x_{Gm} \in [0 ; 1]$

$$f(x_{Gm}) = y_{Gm} \Leftrightarrow \left(\frac{10}{17+m}\right)^2 = 2 + m \Leftrightarrow \ \dots \Leftrightarrow m^2 + 19m - 66 = 0 \Leftrightarrow \ \dots \Leftrightarrow m = 3 \text{ ou } m = -22$$

Pour $m = 3$, $x_{Gm} = \frac{1}{2}$

et pour $m = -22$, $x_{Gm} = -2$

Ainsi l'unique solution est $m = 3$

GENERALITES SUR LES FONCTIONS

Ex 4 :
Déterminer l'ensemble de définition et la parité des fonctions ci-dessous :

$$f(x) = \frac{\sin x}{4 + x^2}$$

$D_f = \mathbb{R}$
Pour tout $x \in D_f$, on a $f(-x) = \dots = -f(x)$; donc f est impaire

$$g(x) = \frac{x^2}{5\sqrt{(x+2)(x-3)}}$$

$x \in D_g \Leftrightarrow (x+2)(x-3) > 0$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$(x+2)$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-3)$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+2)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi $D_g =]-\infty ; -2[\cup]3 ; +\infty[$

D_g n'est pas centré en 0 ; g n'est donc ni paire ni impaire.

$$h(x) = \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^3}$$

$x \in D_h \Leftrightarrow x^3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$
$D_h = \mathbb{R}^*$
$h(1) = 1$ et $h(-1) = -3$
On a donc $h(-1) \neq h(1)$ et $h(-1) \neq -h(1)$
h n 'est donc ni paire ni impaire.